

多重影分身之正方形切割

—開放性試題設計與解題分析

洪淑文

國立高雄師範大學工業科技教育學系研究所

shuwen.hung@msa.hinet.net

壹、緒論

一、前言：

在解題過程，學生是否會因為中文解讀或受所教過的數學理論與概念影響，而選擇錯誤的答案？針對「一個大正方形可切成幾個小正方形？」這個題目，我們對本校所有六年級（537 人）和五年級（422 人）同學做了一份統計調查。結果發現：六年級同學在學過「正方形數」的概念後，多數人會朝「切成的小正方形面積都要一樣」或「只能切成偶數」這兩個方向去進行思考；而未學過「正方形數」的五年級學生則出現多樣性的想法，在「奇數正方形」的選擇上，答對比例竟然比六年級還高。期望本研究的結果，能讓教師們正視學生在學習過程中受「規律性探討」而出現錯誤的迷思，也希望喚醒老師們「實際讓學生動手操作」或圖像思考的重要性。

二、研究動機：

上學期某一次考試的選擇題中出現：「一個大正方形可切成許多個小正方形，以下何者是不可能切成的正方形數？」，選項中有 4、5、9、16，答案為「5」是錯誤的。因為六上「數量關係」求規律的那個單元中有教過「正方形數」，所以學生都知道「5」是不可能的答案。然而因為實際切割中沒有辦法切割出 3 個和 5 個正方形，所以依「規律性」的原則，許多學生都以為只要是奇數的正方形（正方形數中的 9、25、49……等這些奇數除外），應該都是無法切割出來的。一直以來我們總是教學生要依學過的數學概念去做推論或解題，有時學生犯了「以偏概全」或「題目解讀錯誤」的想法而不自知，還以為是找到了「規律性」而沾沾自喜。有鑑於此，我們想知道高年級是否普遍都有這樣的問題，因此我們做了以下的施測研究。

三、施測方式：

（一）參與教師：

六年級十七位教師（含資優班教師）

（二）施測對象：

六年級（537 人）、五年級（422 人）、六年級資優生（23 人）

(三) 施測內容：

已知：一個大正方形，可切成 n 個小正方形。

請問： n 可能為多少？（請將以下所有的可能情形圈起來）

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17

(1) 可以切成 3 個小正方形嗎？

(如果可以，請試著在右邊畫出來；如果不可以，請說出你的看法。)

答：_____

(2) 可以切成 11 個小正方形嗎？

(如果可以，請試著在右邊畫出來；如果不可以，請說出你的看法。)

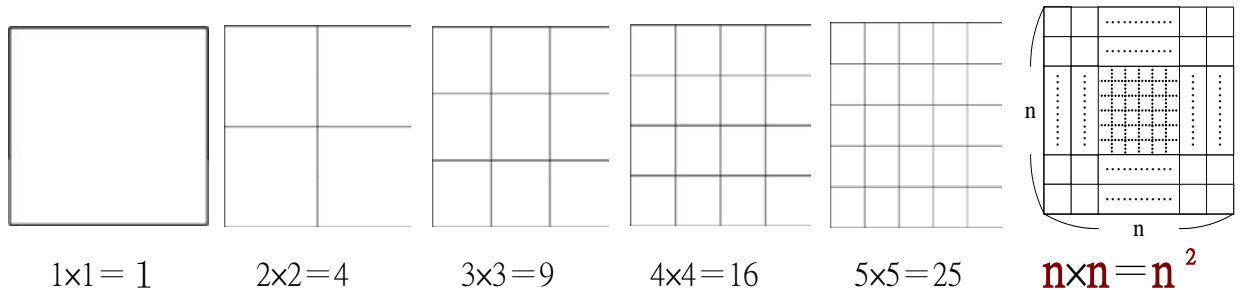
答：_____

貳、施測前的準備工作

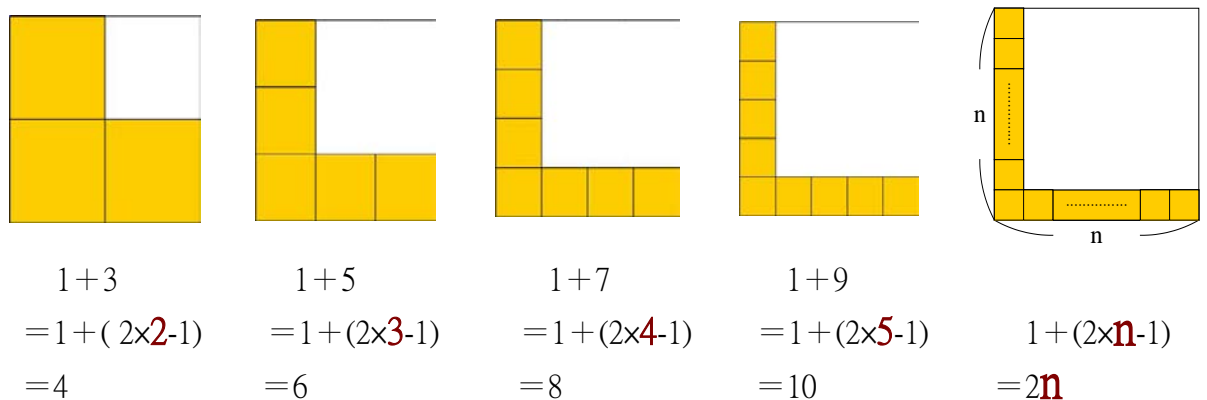
一、教師社群第一次討論：

研究「一個大正方形可切成 N 個小正方形」此種圖形的排列方式

(一) 依「正方形數」切割：



(二) 切割「偶數」個正方形：



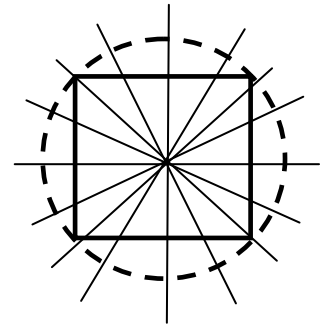
發現：

1. 如果想要切成二個四邊形，只能切一刀。

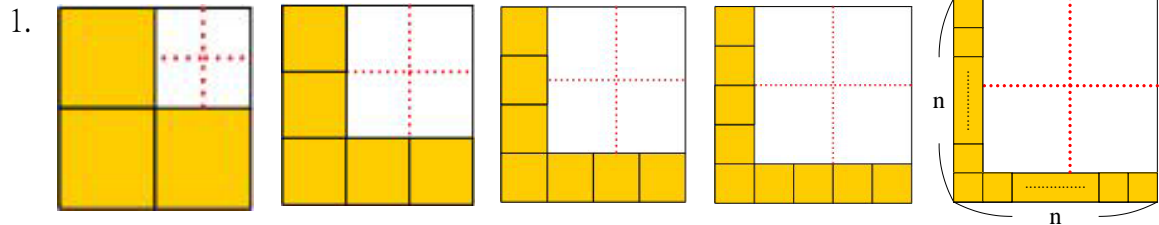
2. 依右圖的分析結果發現：

(1) 一刀只能切出「**長方形**」、「**三角形**」或「**梯形**」。

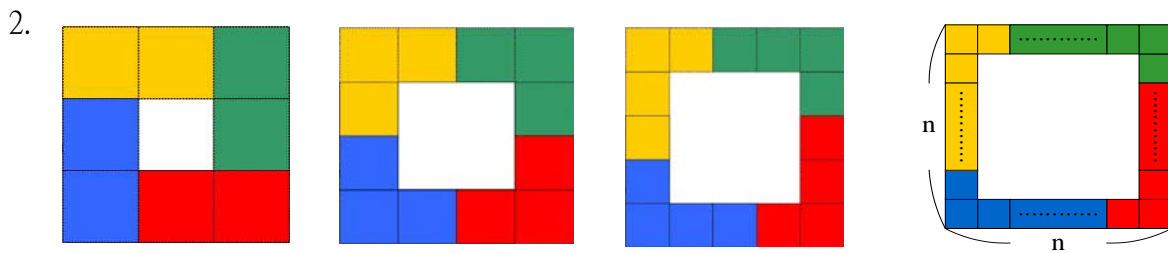
(2) 一個大正方形**無法切成 2 個小正方形**。



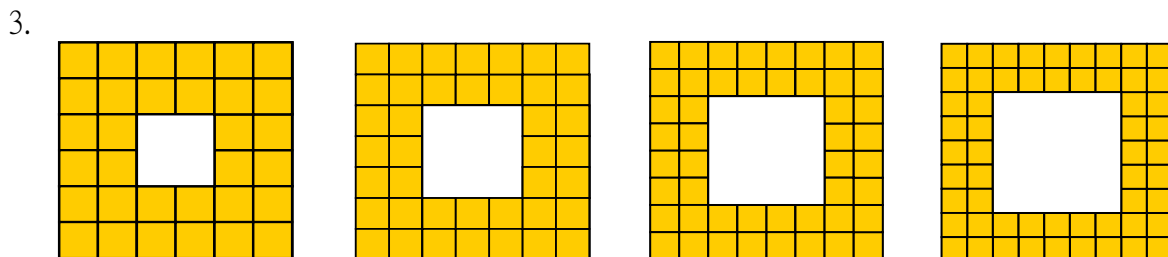
(三) 切割「**奇數**」個正方形：



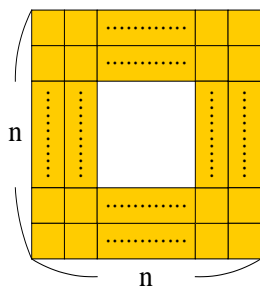
$4+3$	$4+5$	$4+7$	$4+9$	$4+(2 \times n-1)$
$=4+(2 \times 2-1)$	$=4+(2 \times 3-1)$	$=4+(2 \times 4-1)$	$=4+(2 \times 5-1)$	$=4+(2 \times n-1)$
$=3+(2 \times 2)$	$=3+(2 \times 3)$	$=3+(2 \times 4)$	$=3+(2 \times 5)$	$=3+(2 \times n)$
$=7$	$=9$	$=11$	$=13$	$=2n+3$



$1+(2 \times 4)$	$1+(3 \times 4)$	$1+(4 \times 4)$	$1+(n-1) \times 4$
$=(3 \times 4)-4+1$	$=(4 \times 4)-4+1$	$=(5 \times 4)-4+1$	$=(n \times 4)-4+1$
$=9$	$=13$	$=17$	$=4n-3$



$(6 \times 6) - (2 \times 2) + 1$	$(7 \times 7) - (3 \times 3) + 1$	$(8 \times 8) - (4 \times 4) + 1$	$(9 \times 9) - (5 \times 5) + 1$
$=33$	$=41$	$=49$	$=57$



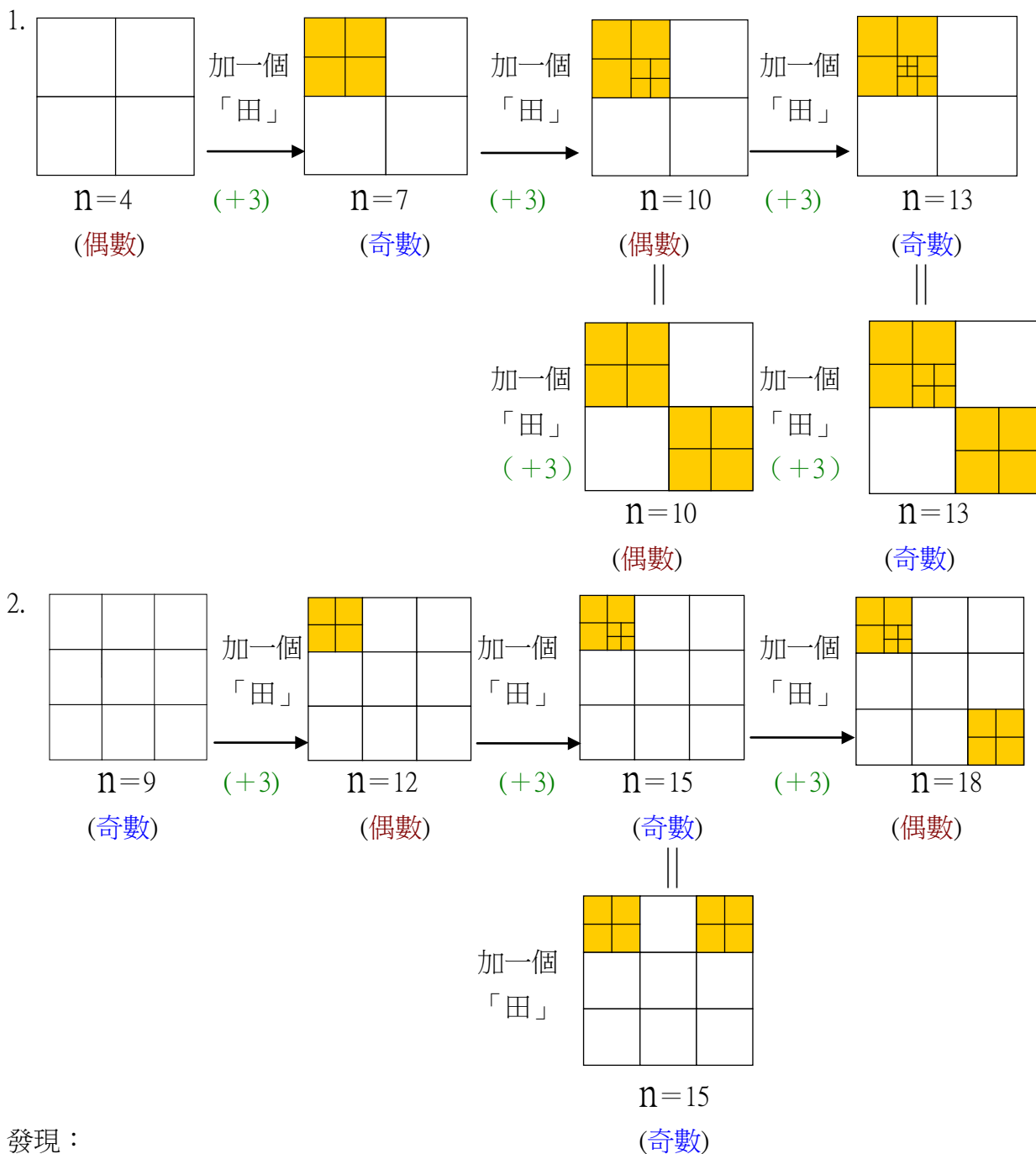
$$(n \times n) - (n-4) \times (n-4) + 1$$

$$= n^2 - (n-4)^2 + 1$$

發現：

1. 一個大正方形無法切成 3 個小正方形。
2. 一個大正方形無法切成 5 個小正方形。

(四) 切割成含有「田字」的正方形：(假設可切成 n 個小正方形)



發現：

(1)任何(含有)正方形的圖形，加一個「田字」= $+3$ ；減一個「田字」= -3)

(2)若初始圖形為「偶數個正方形」：

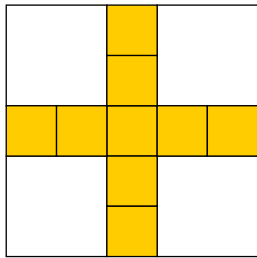
加一個「田字」，圖形會變成「奇數個正方形」；再加一個「田字」，圖形又會變成「偶數個正方形」。如同上述第 1 個例子一樣，以 偶數、奇數、偶數、奇數……繼續下去。

(3)若初始圖形為「奇數個正方形」：

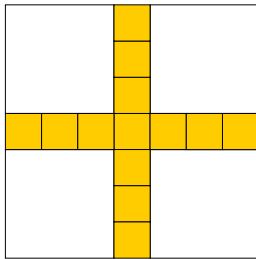
加一個「田字」，圖形會變成「偶數個正方形」；再加一個「田字」，圖形又會變成「奇數個正方形」。如同上述第 2 個例子一樣，以奇數、偶數、奇數、偶數……繼續下去。

(五) 切割成「中間為十字」的正方形：

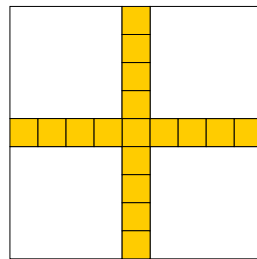
1. 「奇數」個正方形：(n 為奇數)



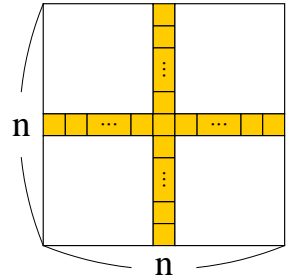
$$\begin{aligned} & (2 \times 5) - 1 + 4 \\ & = (2 \times 5) + 3 \\ & = 13 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (2 \times 7) - 1 + 4 \\ & = (2 \times 7) + 3 \\ & = 17 \end{aligned}$$

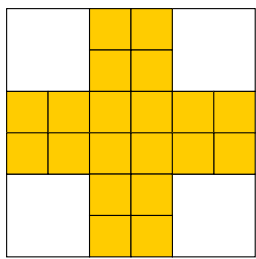


$$\begin{aligned} & (2 \times 9) - 1 + 4 \\ & = (2 \times 9) + 3 \\ & = 21 \end{aligned}$$

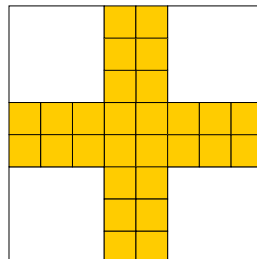


$$\begin{aligned} & (2 \times n) - 1 + 4 \\ & = (2 \times n) + 3 \\ & = 2n + 3 \end{aligned}$$

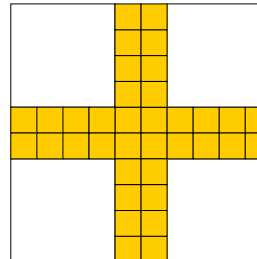
2. 「偶數」個正方形：(n 為偶數)



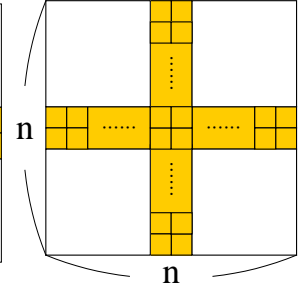
$$\begin{aligned} & (4 \times 6) - 4 + 4 \\ & = 4 \times 6 \\ & = 24 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (4 \times 8) - 4 + 4 \\ & = 4 \times 8 \\ & = 32 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (4 \times 10) - 4 + 4 \\ & = 4 \times 10 \\ & = 40 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (4 \times n) - 4 + 4 \\ & = 4 \times n \\ & = 4n \end{aligned}$$

發現：中間是「十字」的正方形中：

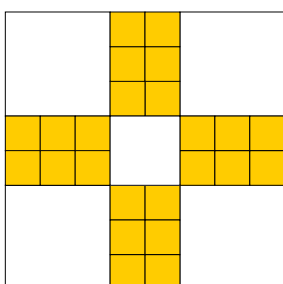
(1) 「奇數層」的十字」正方形 (n 為奇數)，就一定是奇數正方形。

「偶數層」的十字」正方形 (n 為偶數)，就一定是偶數正方形。

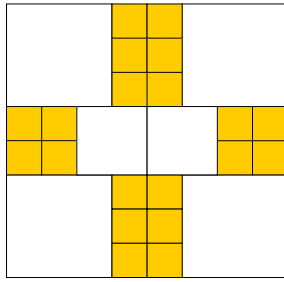
(2) 「偶數層」的十字」正方形中：

十字中減少一個「田字」 = (-3)，就會變成「奇數」。(如下圖)

十字中減少二個「田字」 = (-6)，就還是「偶數」。(如下圖)



$$\begin{aligned} & \mathbf{[(4 \times 8) - 4] - 4 + 1} + 4 \\ & = 28 - 3 + 4 \\ & = 29 \\ & \text{(奇數)} \end{aligned}$$

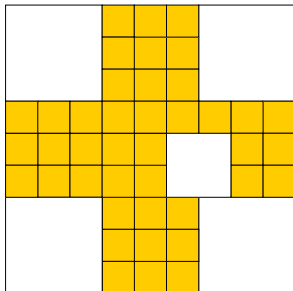


$$\begin{aligned} & \left[(4 \times 8) - 4 \right] - 4 - 4 + 2 + 4 \\ & = 28 - 6 + 4 \\ & = 26 \\ & \text{(偶數)} \end{aligned}$$

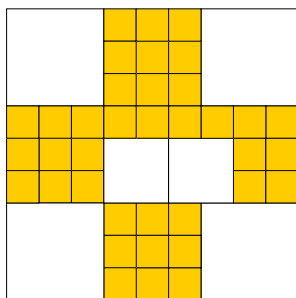
(3) 「奇數層的十字」正方形中：

十字中減一個「田字」= -3 ，就會變成「偶數」。(如下圖)

十字中減二個「田字」= -6 ，就還是「奇數」。(如下圖)

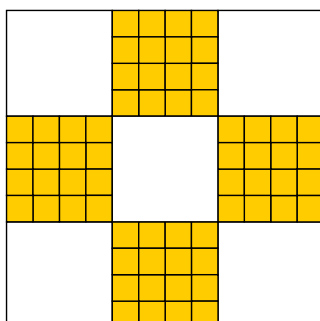


$$\begin{aligned} & \left[(6 \times 9) - 9 \right] - 4 + 1 + 4 \\ & = 45 - 3 + 4 \\ & = 46 \\ & \text{(偶數)} \end{aligned}$$



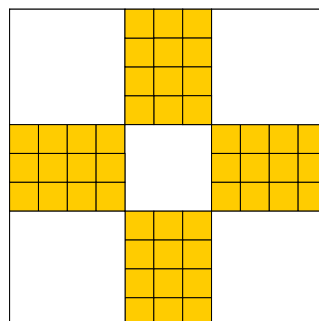
$$\begin{aligned} & \left[(6 \times 9) - 9 \right] - 4 - 4 + 2 + 4 \\ & = 45 - 6 + 4 \\ & = 43 \\ & \text{(奇數)} \end{aligned}$$

(4) 無論是「偶數層」或是「奇數層」，只要十字的中間挖掉，就一定是「奇數」的正方形。



偶數層：【12 層】

$$\begin{aligned} & (4 \times 4) \times 4 + 5 \\ & = 69 \\ & \text{(奇數)} \end{aligned}$$



奇數層：【11 層】

$$\begin{aligned} & (3 \times 4) \times 4 + 5 \\ & = 53 \\ & \text{(奇數)} \end{aligned}$$

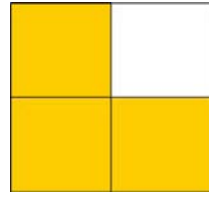
二、教師社群第二次討論：

研究「一個大正方形可切成 N 個小正方形」此種圖形的規律性探討：

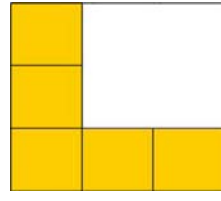
N=1



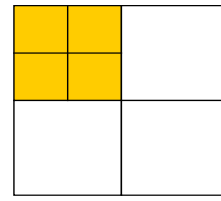
N=4



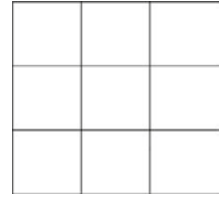
N=6



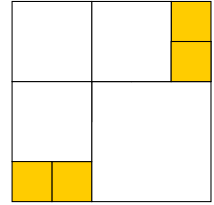
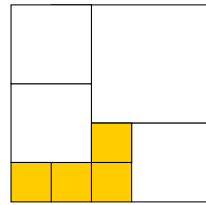
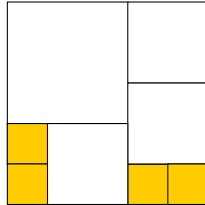
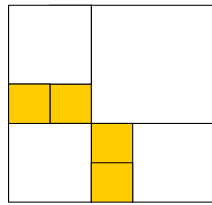
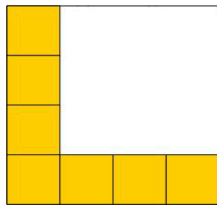
N=7



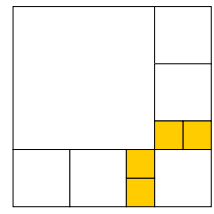
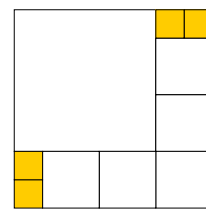
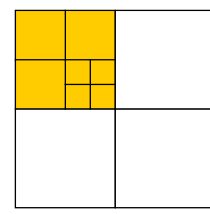
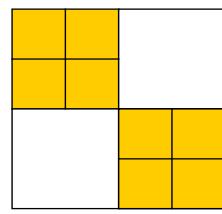
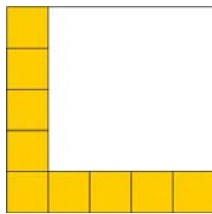
N=9



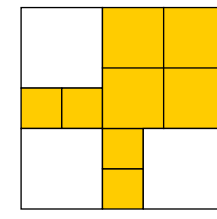
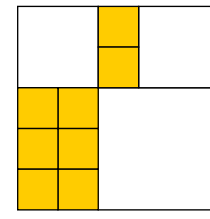
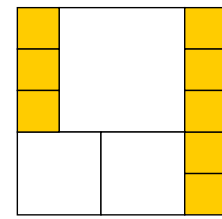
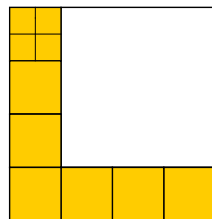
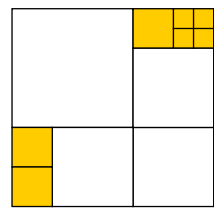
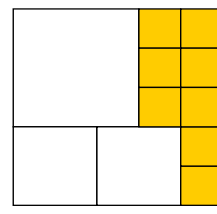
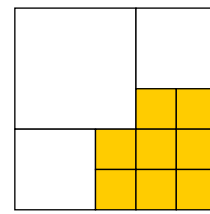
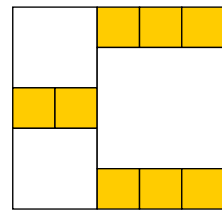
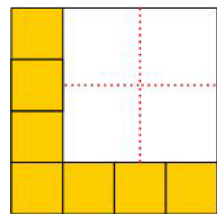
N=8



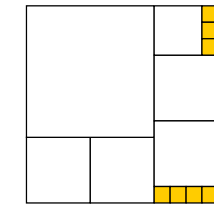
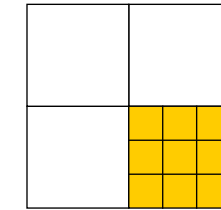
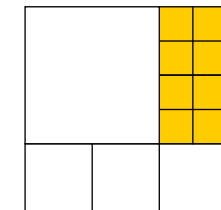
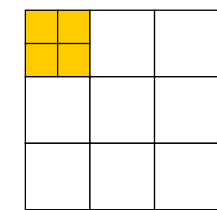
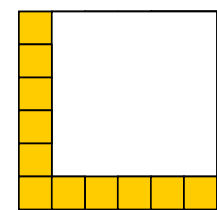
N=10



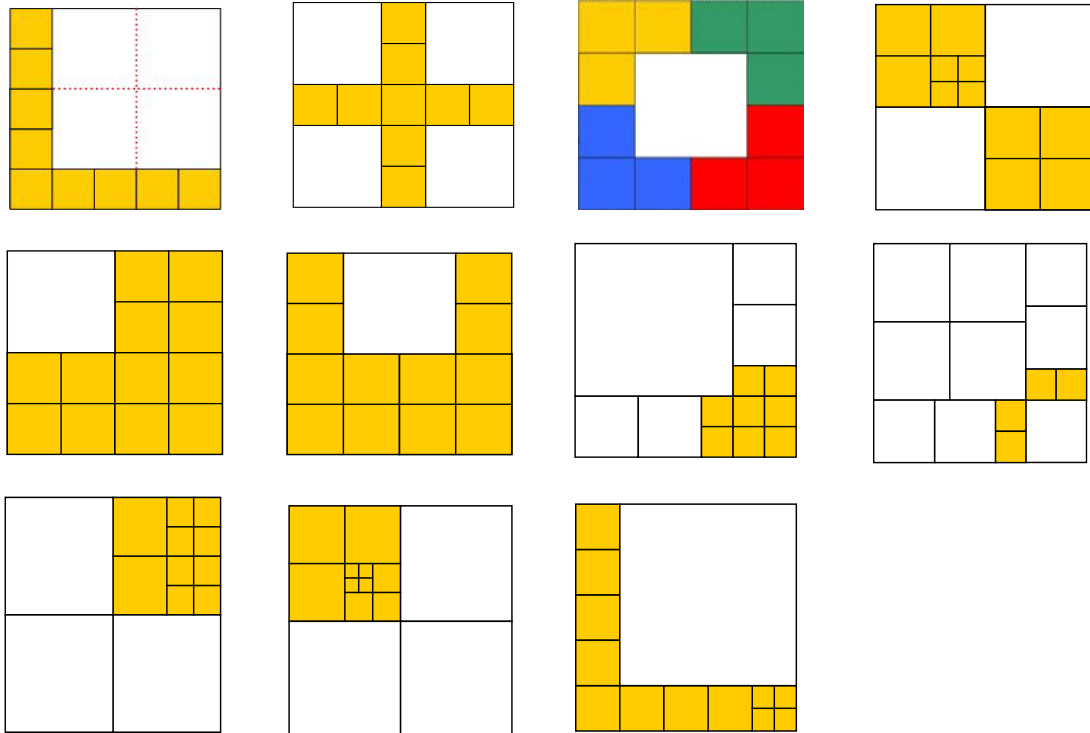
N=11



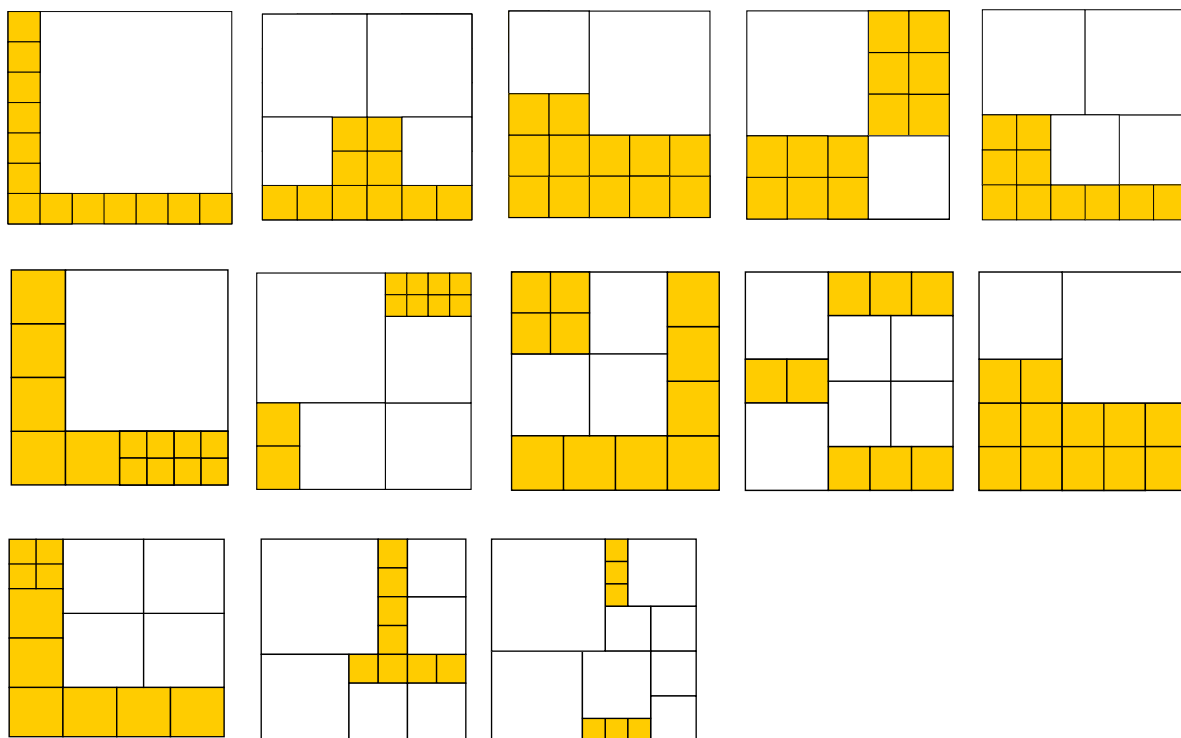
N=12



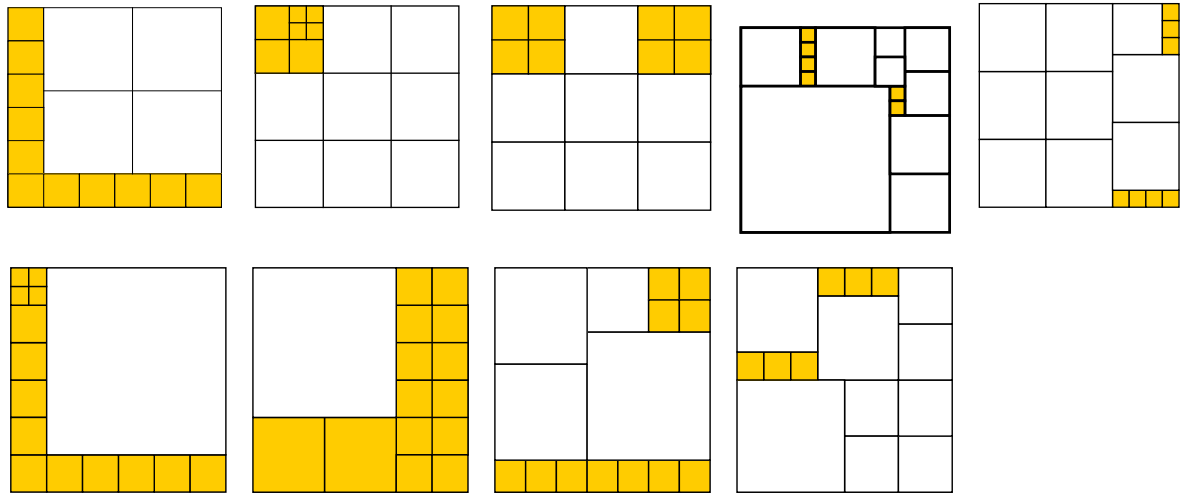
N=13



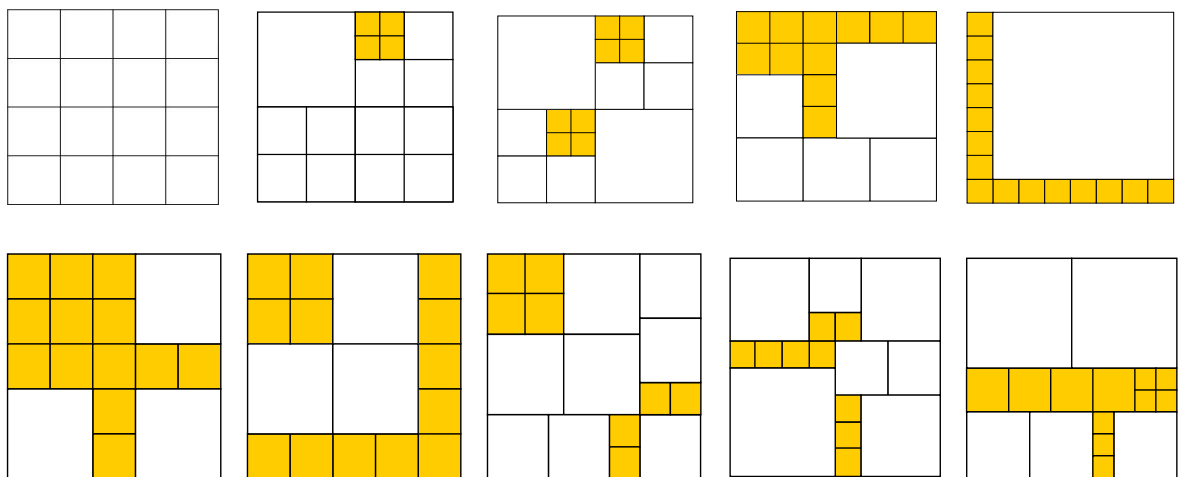
N=14



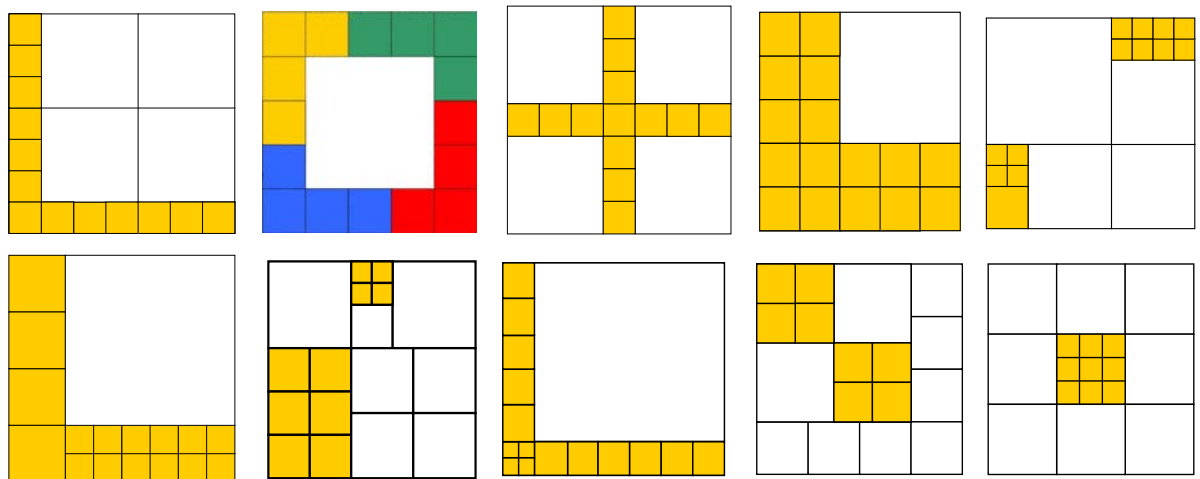
N=15



N=16

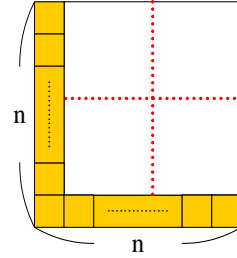
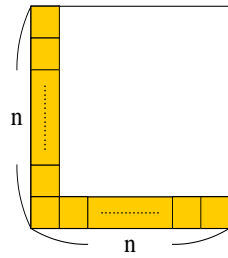


N=17



結論：1. $N=2n$ = 所有偶數（但 $N \neq 2$ ）

$N=2n+3$ = 奇數（但 $N \neq 3、5$ ）



2. 一個大正方形可切成 N 個小正方形：其中 $N \neq 2、3、5$

$N=1、4、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17 \dots$ 無限多個。

3. 每加一個田，圖形會多 3 個。所以數字愈大，所能畫出來的小正方形圖形種類應該愈多。

參、施測結果

教師社群第三次討論：

針對本校五、六年級「一個大正方形可切成 N 個小正方形」開放性試題統計分析。

一、我們利用開放性試題，對本校六年級（537 人）和五年級（422 人）同學做了一份統計調查。試題如下：

已知：一個大正方形，可切成 n 個小正方形。請問： n 可能為多少？

（請將以下所有的可能情形圈起來）

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17

(1) 可以切成 3 個小正方形嗎？

（如果可以，請試著在右邊畫出來；如果不可以，請說出你的看法。）

(2) 可以切成 11 個小正方形嗎？

（如果可以，請試著畫出來；如果不可以，請說出你的看法。）

二、一個大正方形，可切成 n 個小正方形。請將以下所有可能的 n 圈起來。

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17

1. 六年級答題（共 17 題）統計表：（樣本 537 人）

表一：六年級圈選小正方形個數統計表

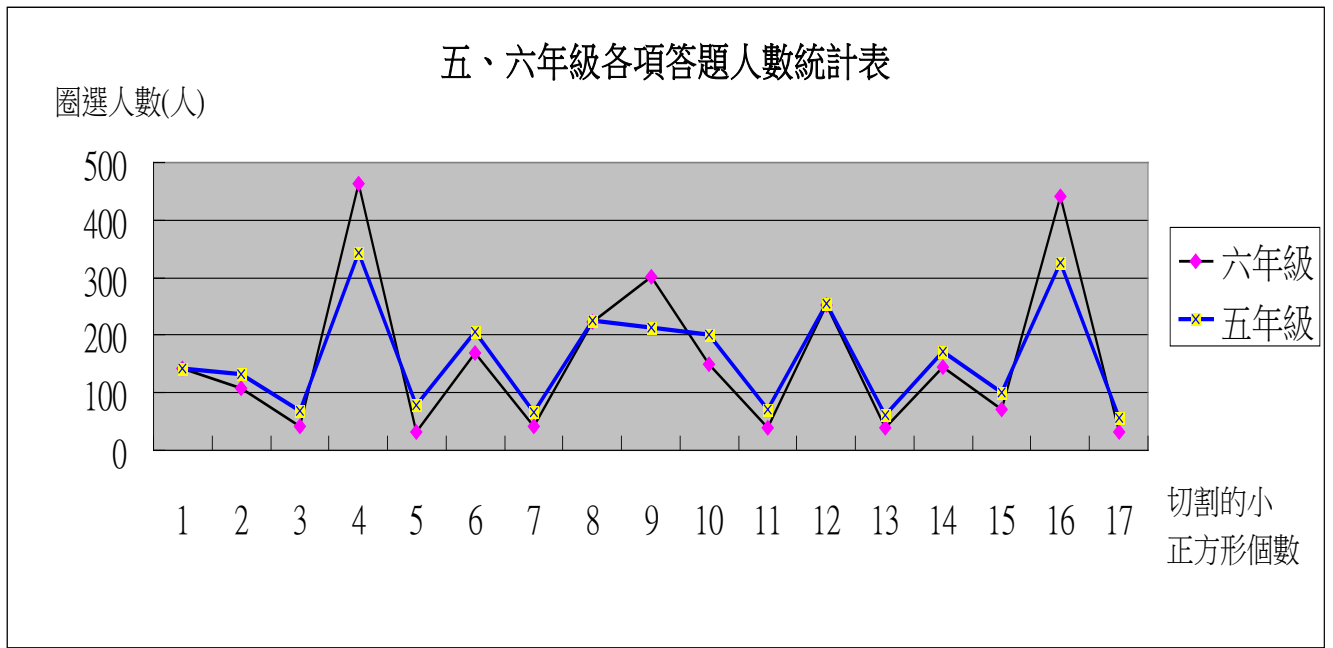
		大正方形內部所切割的小正方形個數(個)																
序號	班級編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	6-1-1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	6-1-2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
3	6-1-3	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
4	6-1-4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
537	6-16-32	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
答題人數統計(人)		142	107	41	464	32	168	42	224	302	150	40	252	40	144	72	442	32
答對(錯)率		0.26	0.2	0.08	0.86	0.06	0.31	0.08	0.42	0.56	0.28	0.07	0.47	0.07	0.268	0.134	0.823	0.06
排序		9	10	13	1	15	6	12	5	3	7	14	4	14	8	11	2	15

2.五年級答題(共17題)統計表:(樣本422人)

表二：五年級圈選小正方形個數統計表

		大正方形內部所切割的小正方形個數(個)																
序號	班級編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	5-1-1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
2	5-1-2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
3	5-1-3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	5-1-4	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
422	5-17-31	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
答題人數統計(人)		142	132	69	344	78	206	67	225	213	202	71	256	61	172	101	326	56
答對(錯)率		0.338	0.314	0.164	0.819	0.19	0.49	0.16	0.536	0.51	0.481	0.17	0.61	0.145	0.41	0.24	0.78	0.13
排序		9	10	14	1	12	6	15	4	5	7	13	3	16	8	11	2	17

圖一：



三、針對可以切成「3個」或「11個」小正方形的開放性問題資料統計得知：

1.六年級繪圖答題統計表：(樣本 537 人)

表三：六年級繪圖答題統計表

		回答大正方形內部可以切割的小正方形個數人數(人)			
序號	班級	有畫圖作答者	回答「不可以」畫出 3個小正方形者	回答「可以」畫出 11個小正方形者	未作答或回答 「不會」者
1	601	10	29	4	2
2	602	6	24	2	3
3	603	12	25	4	1
4	604	3	21	1	14
5	605	6	29	3	2
6	606	6	27	5	2
7	607	7	25	2	3
8	608	8	28	0	4
9	609	7	30	3	1
10	610	6	29	2	4
11	611	6	26	1	7
12	612	4	31	0	1
13	613	4	30	1	2
14	614	6	29	1	1
15	615	9	24	2	3

16	616	9	25	4	6
合計人數(人)		109	432	35	56
佔六年級人數的百分比		20.3 %	80.4 %	6.5 %	10.4 %

註 1：六年級繪圖作答答對人數有3人，且都不是資優班的學生。(編號：6-3-18、6-3-27、6-13-1)

註 2：佔六年級人數的百分比利用「四捨五入法」求到小數第三位。

2.五年級繪圖答題統計表：(樣本 422 人)

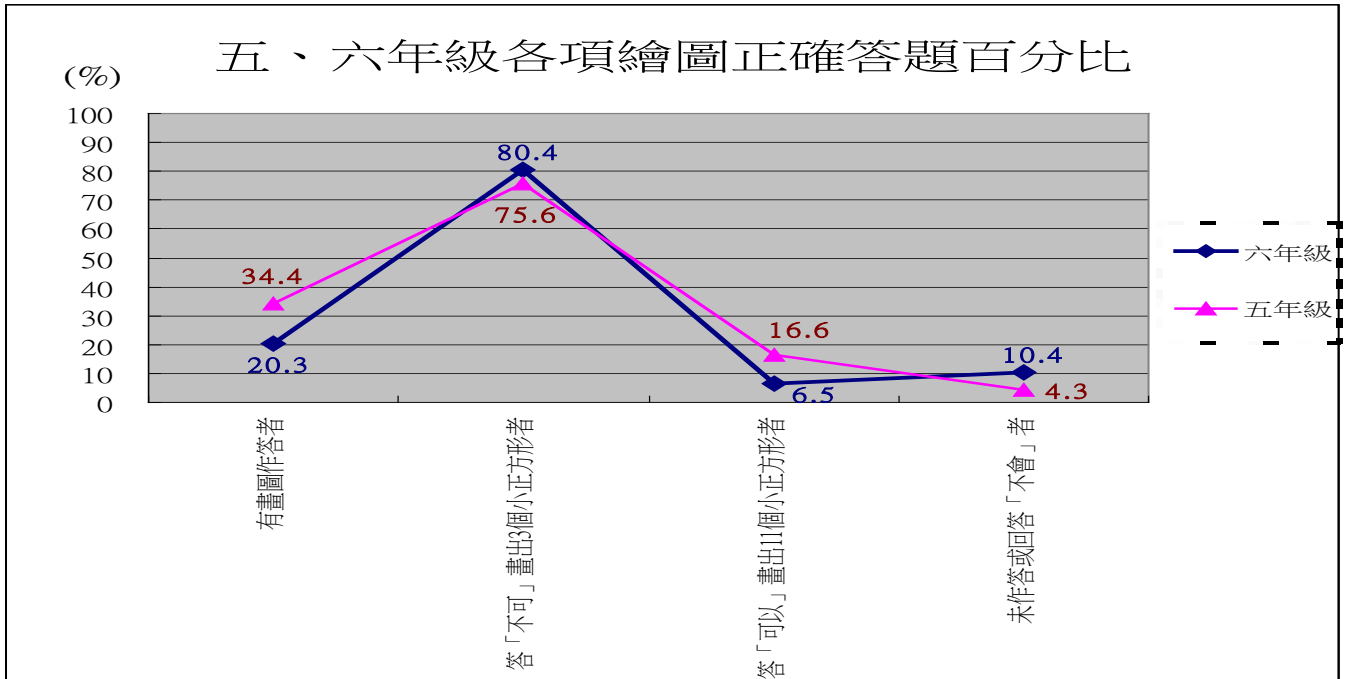
表四：五年級繪圖答題統計表

		回答大正方形內部可以切割的小正方形個數人數(人)			
序號	班級	有畫圖作答者	回答「不可以」畫出 3 個小正方形者	回答「可以」畫出 11 個小正方形者	未作答或回答 「不會」者
1	5-1	12	26	3	0
2	5-2	5	28	1	0
3	5-3	4	14	2	5
4	5-4	9	26	4	3
5	5-5	12	24	3	0
6	5-6	21	23	17	0
7	5-9	3	29	1	0
8	5-10	9	27	2	0
9	5-11	8	24	1	0
10	5-12	10	14	4	9
11	5-14	12	28	6	0
12	5-15	18	8	18	1
13	5-16	10	21	5	0
14	5-17	12	27	3	0
合計人數(人)		145	319	70	18
佔五年級人數的百分比		34.4 %	75.6 %	16.6 %	4.3 %

註 1：五年級繪圖作答答對人數只有1人，也不是資優班的學生。(編號：5-14-1)

註 2：佔五年級人數的百分比利用「四捨五入法」求到小數第三位。

圖二：

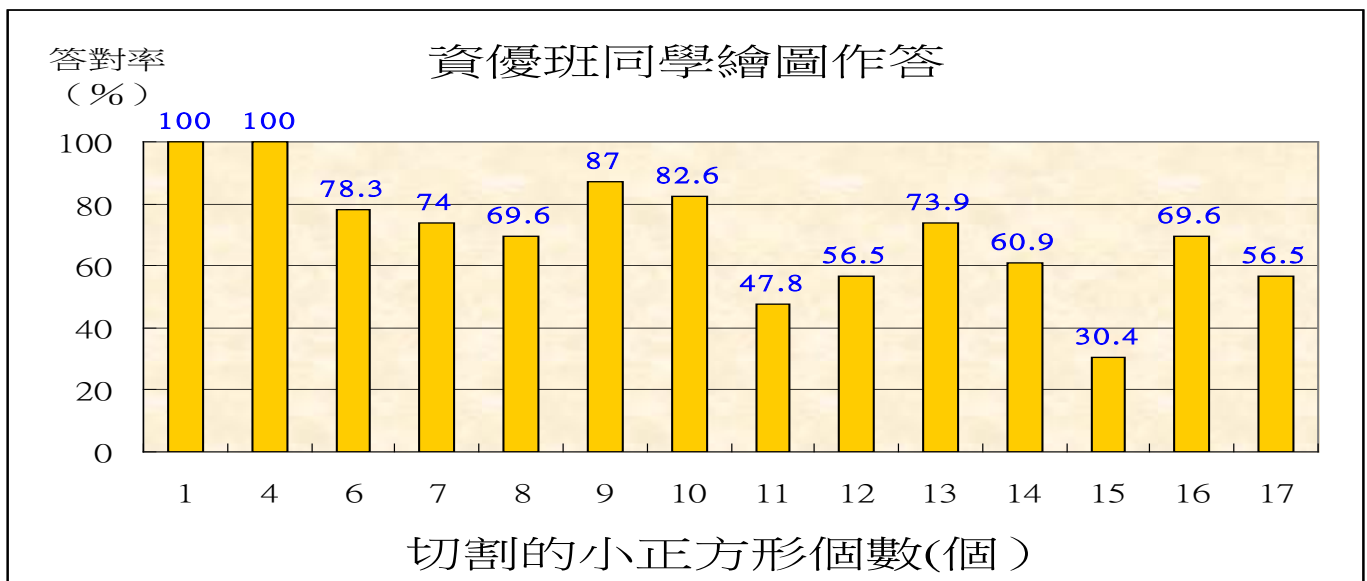


四、請本校六年級資優班的同學(共計 23 名)，利用一節課(40 分鐘)的時間，針對題目中的 17 個小正方形作圖形切割與回答。結果發現，能畫出來的同學如下表所示：

表五：資優班同學繪圖作答統計表

資優班同學 繪圖作答	大正方形內部所切割的小正方形個數(個)													
	1	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
答對人數統計(人)	23	23	18	17	16	20	19	11	13	17	14	7	16	13
答對率(%)	100	100	78.3	74	69.6	87	82.6	47.8	56.5	73.9	60.9	30.4	69.6	56.5
排 序	1	1	4	5	6	2	3	9	8	5	7	10	6	8

圖三：



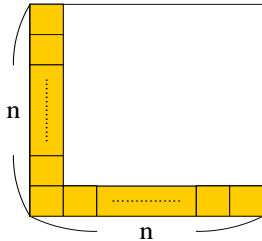
肆、施測結果討論

教師社群第四次討論：

一、一個大正方形可切成 N 個小正方形，其中 $N \neq 2, 3, 5$ ，其餘的所有正整數皆可以。

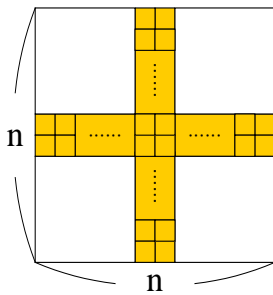
$N = 1, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \dots$ 無限多個。

二、一個大正方形可切成「偶數個小正方形」的規律如下：



$$N = 2n \quad (\text{且 } n \neq 0, 1)$$

$N = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots$ 無限多個偶數。

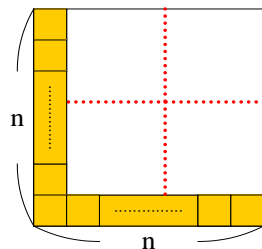


$$N = 4n \quad (\text{且 } n \neq 0, 1, 2, 3, 5, 7, \dots \text{奇數})$$

$N = 16, 24, 32, 40, \dots$ 無限多個偶數。

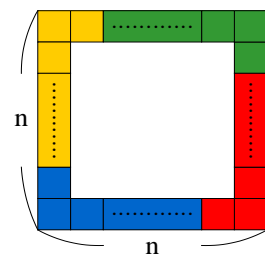
「偶數層的十字」正方形 (n 為偶數)，一定是偶數正方形。

三、一個大正方形可切成「奇數個小正方形」的規律如下：



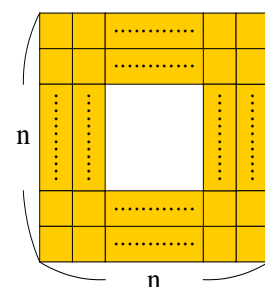
$$N = 2n + 3 \quad (\text{且 } n \neq 0, 1)$$

$N = 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, \dots$ 無限多個奇數。



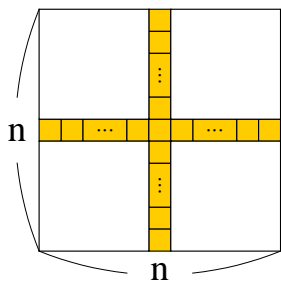
$$N = 4n - 3 \quad (\text{且 } n \neq 0, 1, 2)$$

$N = 9, 13, 17, 21, \dots$ 無限多個奇數。



$$N = n^2 - (n - 4)^2 + 1 \quad (\text{且 } n \neq 0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

$N = 33, 41, 49, 57, \dots$ 無限多個奇數。



$$N = (2 \times n) + 3 \quad (\text{且 } n \neq 0, 1, 2, 6, 8, \dots \text{偶數})$$

$N = 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, \dots$ 無限多個奇數。

「奇數層的十字」正方形 (n 為奇數)，一定是奇數正方形。

四、每加（挖空）一個含有「田」字的正方形，圖形會比原圖形多（少）3個。

（一）若初始圖形為「偶數個正方形」：

每加（挖空）一個「田字」，圖形會以 偶數、奇數、偶數、奇數……個正方形繼續下去。

（二）若初始圖形為「奇數個正方形」：

每加（挖空）一個「田字」，圖形會以 奇數、偶數、奇數、偶數……個正方形繼續下去。

五、 N 的數字愈大，所能切割出來的小正方形圖形種類應該愈多。

六、無論「偶數層」或「奇數層」，只要十字的中間挖掉，就一定是「奇數正方形」。

	<p>偶數層：【12層】</p> <p>$(4 \times 4) \times 4 + 5$</p> <p>$= 69$</p> <p>（奇數）</p>		<p>奇數層：【11層】</p> <p>$(3 \times 4) \times 4 + 5$</p> <p>$= 53$</p> <p>（奇數）</p>
--	---	--	---

七、由本校五、六年級的「開放性試題」統計資料顯示：

（一）六年級同學在學過「正方形數」的概念後，多數人會朝「切成的小正方形面積都要一樣」或「只能切成偶數」這兩個方向去進行思考；而未學過「正方形數」的五年級學生則出現多樣性的想法，在「奇數正方形」的選擇上，答對比例竟然比六年級還高。由五、六年級全數的樣本中發現：

1. 六年級同學大部份的思考方向為「正方形數」→「偶數」→「奇數」，有九成以上的同學認為「奇數」是切不出來的，在「正方形數」的答對率上較五年級高。
2. 五年級普遍認為只有「偶數」才切得出來，但在「奇數」和「偶數」的答對率上較六年級為高。

(二) 六年級多數人的第 1 選擇為「**正方形數**」：選 4 者佔 86%

選 16 者佔 82.3%

選 9 者佔 56%

五年級多數人的第 1 選擇為「**偶數的正方形數**」：選 4 者佔 81.9%

選 16 者佔 78%

(三) 六年級多數人的第 2 選擇為「**偶數**」：選 12 者佔 47%

選 8 者佔 42%

選 6 者佔 31%

選 10 者佔 28%

選 14 者佔 26.8%

選 1 者佔 26%

(答錯率) → **選 2 者**佔 20%

五年級多數人的第 2 選擇為「**偶數**」、「**奇數的正方形數**」：選 12 者佔 61%

選 8 者佔 53.6%

五年級此時尚未教「**正方形數**」 → **選 9 者**佔 51%

選 6 者佔 49%

選 10 者佔 48.1%

選 14 者佔 41%

選 1 者佔 33.89%

(答錯率) → **選 2 者**佔 31.4%

(四) 六年級多數人的最後選擇為「**奇數**」：選 15 者佔 13.4%

選 7 者佔 8%

(答錯率) → **選 3 者**佔 8%

選 11、13 **者**佔 7%

(答錯率) → **選 5 者**佔 6%

選 17 者佔 6%

五年級多數人的最後選擇為「**奇數**」：選 15 者佔 24%

(答錯率) → **選 5 者**佔 19%

選 11 者佔 17%

(答錯率) → **選 3 者**佔 16.4%

選 7 者佔 16%

選 13 者佔 14.5%

選 17 者佔 13%

(五) 針對可以切成「3 個」或「11 個」小正方形的開放性問題資料統計得知：

1. 六年級的繪圖人數比例 (20.3%) 遠低於五年級 (34.4%) 。

(1) 六年級樣本數 537 人，繪圖回答者共計 109 人，繪圖答題率 20.3%。

在所畫的圖中只有 3 人 (編號 6-3-18、6-3-27、6-13-1) 是正確的，其他人不是分割錯誤就是拒答。

(2) 五年級樣本數 422 人，繪圖回答者共計 145 人，繪圖答題率 34.4%。

在回答「可以」者中只有 1 人 (編號 5-14-1) 所畫的圖是正確的，其他人不是分割錯誤就是切成長方形。

2. 六年級在「不可畫出 3 個小正方形」的人數比例 (80.4%) 高於五年級 (75.6%) 。

(1) 六年級樣本數 537 人，繪圖回答者共計 432 人，繪圖答題率 80.4%。

(2) 五年級樣本數 422 人，繪圖回答者共計 319 人，繪圖答題率 75.6%。

3. 六年級在「可畫出 11 個小正方形」的人數比例 (6.5%) 遠低於五年級 (16.5%) 。

(1) 六年級樣本數 537 人，繪圖回答者共計 35 人，繪圖答題率 6.5%。

(2) 五年級樣本數 422 人，繪圖回答者共計 70 人，繪圖答題率 16.6%。

4. 六年級在「未作答或答『不會』者」的人數比例 (10.4%) 高於五年級 (4.3%) 。

(1) 六年級樣本數 537 人，繪圖回答者共計 56 人，繪圖答題率 10.4%。

(2) 五年級樣本數 422 人，繪圖回答者共計 18 人，繪圖答題率 4.3%。

(六) 針對本校六年級資優班的同學(共計 23 名)，利用一節課(40 分鐘)的時間，針對題目中的 17 個小正方形作圖形切割與回答。結果發現：

1. 切出的小正方形個數人數由多到少依次為：

$\boxed{1、4} \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 6 \rightarrow \boxed{7、13} \rightarrow \boxed{8、16} \rightarrow 14 \rightarrow \boxed{12、17} \rightarrow 11 \rightarrow 15$

2. 六年級資優班學生的思考方向由小圖形切割到大圖形，以有「田字」的圖形居多。

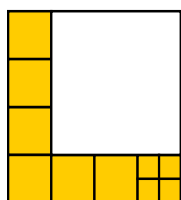
和六年級普遍的樣本思考方向不盡相同，像奇數(7、13)的思考是排在偶數前面。

伍、施測結果內容分析：

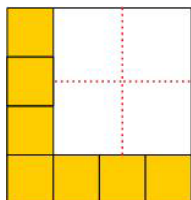
教師社群第五次討論：

一、高年級的數學問題，有時候會遇到不瞭解題意，同學不去問老師的情況下依自己的中文理解來讀題，因而選出錯誤的答案。從五、六年級答對者的開放性試題中發現：

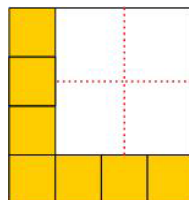
(一) 在五、六年級繪圖試題全部答對 (4 人) 的學生中：



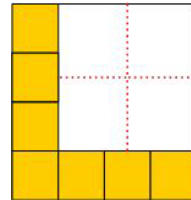
(編號 6-3-18)



(編號 6-3-27)



(編號 6-13-1)



(編號：5-14-1)

表六：繪圖試題全部答對者分析表

學生編號	認為可切成 1 個小正方形	圈選切割小正方形錯誤部份	花費時間
6-3-18	可	選 5	25 分鐘
6-3-27	可	沒選 11 和 17	38 分鐘
6-13-1	不可	正確	13 分鐘
5-14-1	不可	正確	20 分鐘

1. 有些同學在中文的解讀上，認為 1 是原圖並不是小正方形，因此沒選 1 這個答案。

(編號 6-13-1, 5-14-1)

2. 繪圖的思考方向大致都考慮用含有「田」字的正方形。

但有些同學問老師，含有「田」字的正方形是否也可以算一個？那上圖是否可以想成是「切割成 12 個小正方形」？(編號 6-3-27)

3. 若 1 不能算是切割成的小正方形，全五、六年級各只有一人答對這份開放性試題。

(編號 6-13-1, 5-14-1)

4. 若 1 算是切割成的小正方形，全五、六年沒有人答對這份開放性試題。

(二) 因為六年級還做了另外規律性探討的題目，所以作答時間應該會比較長。但其中(編號 6-13-1)的同學只花了 13 分鐘就做完所有題目，詢問之下才知道，他以前曾到某高中參加數學冬令營，作過許多方塊與連塊的探討，所以思考方向不受限於「正方形數」，可以利用繪圖回答得又快又正確。

二、六年級的同學因為學過「正方形數」，許多同學的選擇大多是「正方形數」，其次是「偶數」，最後的選擇才是「奇數」。

(一) 這樣的答題選擇大多出現在各班數學成績較高的同學或是資優生，反而是一般成績平平的同學有較多天馬行空的繪圖(雖然大多數的概念與繪出的圖都是錯的)。

1. 多數人認為不能切成「正方形數」的正方形圖形，都是不可切割成小正方形的。

2. 許多人因為 3 個、5 個小正方形畫不出來，就以為規律是奇數都無法切割。

3. 有人雖切割出 3 個和 11 個四邊形，卻誤以為是正方形或是題目所要求的答案，

這是對正方形定義瞭解不夠的結果。

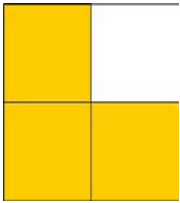
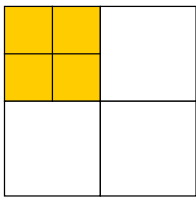
4.有同學根本畫不出偶數(6、8、10、12、14)的圖形，只是憑直覺作圈選而已。

(二)由於六年級學過「正方形數」，所以在切割成4個、16個、9個小正方形的答對率上較五年級為多。如下：

表七：依「正方形數」切割答對率的分析表

切割的小正方形數(個)	六年級答對率	五年級答對率
4	0.86	0.819
16	0.823	0.78
9	0.56	0.51

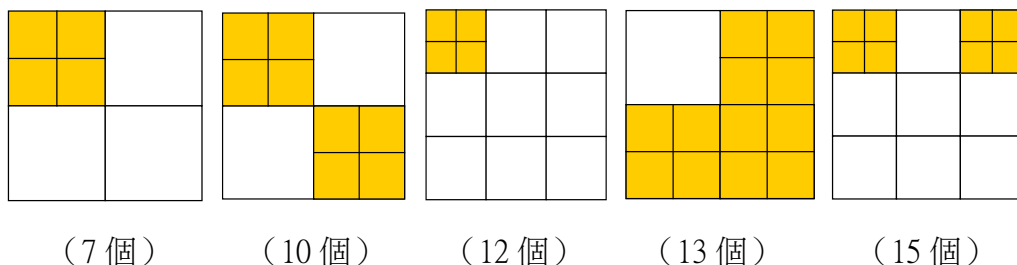
(三)從六年級單獨抽出資優班同學(23位)的開放性試題中發現，個人的選項幾乎都是以「正方形數」居多，只有少數在「2x2」、「3x3」和「4x4」方陣內加入「田」字來繪圖思考。當他們切不出來時，就認為不能切成11個小正方形。

1.由  進入含有「田」字的正方形  思考時間較長。

(1)有些同學對於右上圖到底應該算切成7個小正方形？還是8個？或是9個？有疑問。

(2)花費時間較少的資優生，繪圖題幾乎全錯，圈選題只選了「正方形數」。

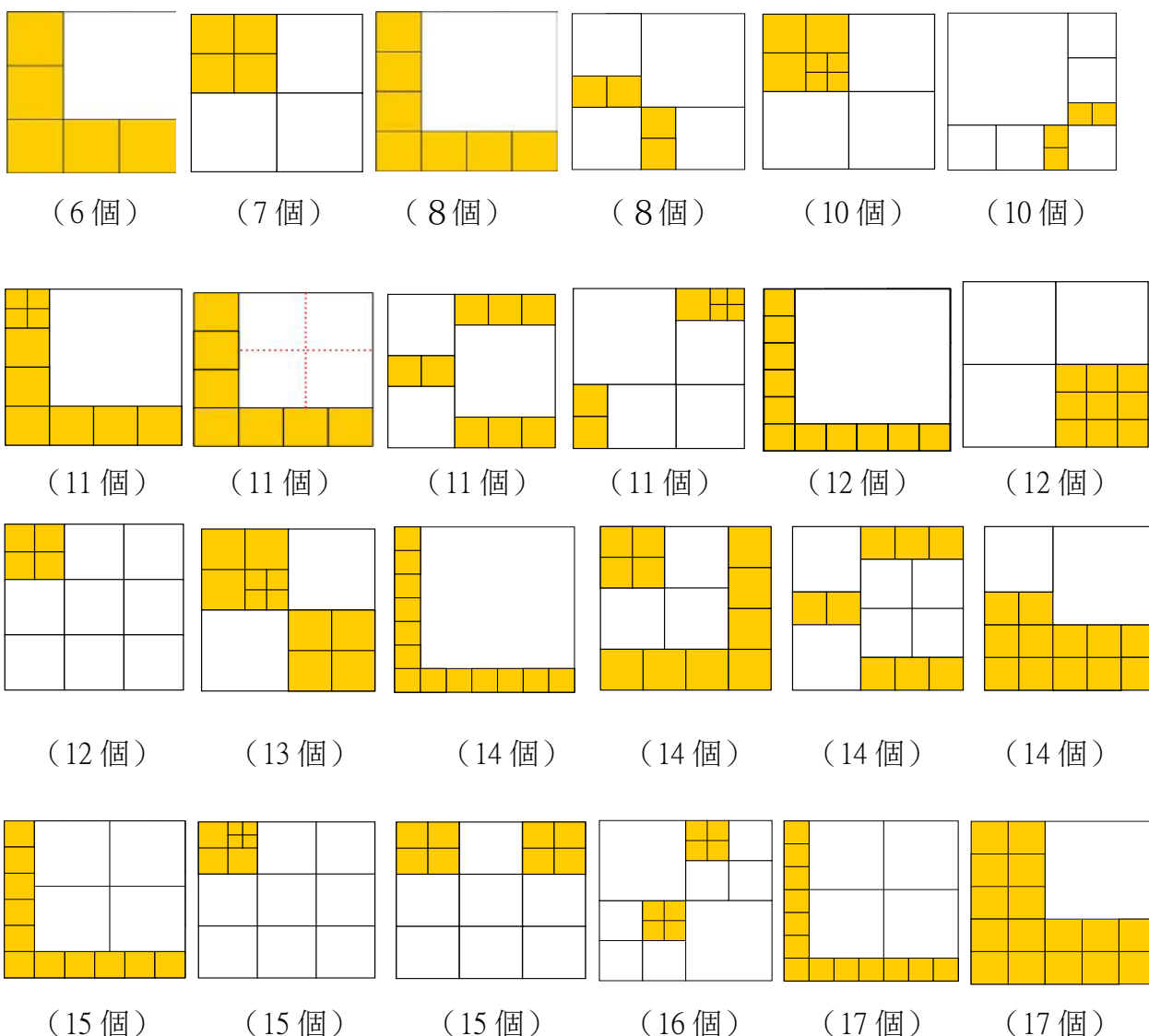
(3)花費時間較多的資優生，繪圖題會加入「田」字思考，但在圈選題只選了「正方形數」和7、10、12、13、15。(例如：編號 6-3-15)



2.在無預警的情況下，隔三天後利用一節課(40分鐘)的時間請資優生繪圖作答，由繪圖的結果發現，繪圖的思考方向不但考慮到用含有「田」字的正方形，而且有較多元的圖形出現。

(1)先前有請監考的資優班老師不能讓資優生討論，只能自己依能力作答。

(2)詢問資優生前後作答差距如此懸殊的原因後發現：他(她)們在第一次作完試卷後會一起利用下課時間討論，回家也有詢問安親班老師或家長自己的想法是否正確，純粹只是想釐清自己的概念而已，根本不知道會考他們繪圖。資優生多元的繪圖想法如下所示：(顯示部份)

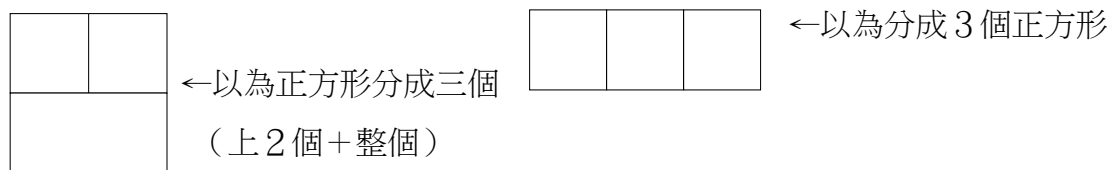


三、在需要繪圖求解的開放性試題中發現：

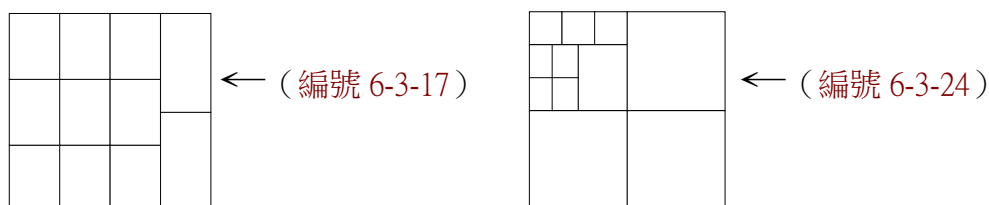
(一) 六年級的繪圖人數比例 (20.3%) 遠低於五年級 (34.4%)。

- 1.這顯示六年級的同學會依所學過的數學理論來判斷問題 (直接回答只能分割成「正方形數」,其他都不能) 而較少動手繪圖。即使畫了圖形,也會考慮較多的情況,不會輕易的繪圖,一方面怕畫錯被罵,另一方面也怕自己的觀念有誤而不敢下筆。
- 2.五年級在面對文字述敘的問題中,容易出現對題目的意思不清楚的情況。即使

畫出了圖形，在解讀的過程中有時會畫錯了還不自知。例如：切割 3 個正方形。



3.六年級也有少部份願意嚐試繪圖者，可能是依自己的想法切割，看似正確，其實也是錯誤的，甚為可惜。例如：切割 11 個正方形



(二) 六年級在「不可畫出 3 個小正方形」的人數比例 (80.4%) 高於五年級 (75.6%)。

- 1.六年級普遍認為所能切割的最小正方形數應該是 $2 \times 2 = 4$ 個。
- 2.六年級有繪圖者畫不出來時，會認為 3 個畫不出來、5 個也畫不出來，依教過的規律性探討推得知：只要是奇數，都無法被切割出來。此觀念其實是錯的，但有許多六年級的同學的確是這麼認為，只是很多老師在教學中都沒有發現。
- 3.五年級大多認為奇數是無法被切割出來的，只有偶數或「平方數」才可以，但仍願意繪圖。
- 4.五年級在此題繪圖的回答上比畫出 11 個小正方形的還多，可能是因為 3 個數字較小，所以願意嚐試。我們很想知道，當五年級的答題者知道自己所繪出來的圖形幾乎都是錯誤的時候，他們還有勇氣去繪圖嚐試錯誤嗎？六年級是否是因為害怕錯誤而不敢嚐試繪圖作答嗎？這也許是六年級的繪圖人數比例 (20.3%) 少於五年級 (34.4%) 的原因喔！

(三) 六年級在「可畫出 11 個小正方形」的人數比例 (6.5%) 遠低於五年級 (16.5%)。

- 1.六年級在畫不出 3 個小正方形時，就認定奇數應該畫不出來 (9 除外)。在回答上，多回答「無法切割」而較少繪圖上的思考作答。
- 2.五年級嚐試繪圖者，在此題的回答上有較多正確的答案。雖然他們分割的繪圖幾近全數都畫錯 (只有編號 5-14-1 答對)，但整體的答對率確比六年級為高。

(四) 六年級在「未作答或答『不會』者」的人數比例 (10.4%) 高於五年級 (4.3%)。

- 1.這顯示六年級不見得不會，只是比五年級容易出現放棄的狀況。
- 2.未作答的情形，如果能利用小組討論的方式，應該可以得到改善吧！

陸、省思與建議

一、省思

在施測前期的過程中，我們遇到許多挫折。五年級有些班級的導師質疑我們的開放性試題，因此拒絕施測，最後是一班一班的懇求拜託，才獲得這難能可貴的統計資料。統計要輸入的數據很多，分析的工作也很困難，在電腦繪圖的製作上更為費時，每個環結都必須具備相當的能力才能完成。所幸除了本次參與研究的六年級教學團隊之外，也有許多對數學有興趣的老師無條件加入協助的行列，真是甚為感激。

在統計的過程中，我們覺得研究結果太驚人了！全校高年級可能只有 2 位答對這一份開放性試題，而且都不是資優生。許多六年級老師看到這個研究結果，驚覺這麼簡單的問題，怎麼可能只有 2 人答對呢？不知道是現在高年級學生的數學程度下降？還是當老師的我們太高估現在學生的能力？其實課堂上老師幾乎都在趕課，很少有機會可以讓學生練習這種開放性試題，也很少有討論「方陣」或是「幾連塊」的問題，更不用說是分組討論數學問題了！所以研究中發現同學會有的迷思概念是可以理解的，只是其他老師們知道嗎？

這麼多筆的統計資料，只能犧牲早自習、下課、午休和放學時間來完成，研究過程中才體會到「一寸光陰一寸金，寸金難買寸光陰」的寶貴時間。而在施測的過程中，本來只設定研究六年級，後來因為「正方形數」的概念引發我們的好奇，想知道還沒有學過「正方形數」的五年級學生會有怎樣的看法與解答，因此才完成了更大規模的施測與統計。研究中有了許多驚人的發現，也讓其他的數學老師們正視一般學生的想法，更讓我們的研究有了許多的問題發展空間。

二、建議

在教師社群第六次討論中，我們決定在本學期第一次數學月考中放入施測題型的延伸題型。原先施測的題目是平面的正方形切割，而月考的題目則是利用立體的小正方體堆疊（題目：用相同的小正方體來堆疊成一個較大的正方體，最少要用上幾個小正方體呢？）相信兩者的施測結果結合下，應該可以讓原先的施測內容與結果更臻完善。

這次的數學月考針對上述題目的考試結果統計資料如下：

（一）全校六年級答對「8」的人數比例為 39.27%

- 1.全六年級樣本人數 = 545 人，全六年級的男生有 276 人，全六年級的女生有 269 人。
- 2.答對「8」的男生有 123 人，佔男生比例 44.57%。
- 3.答對「8」的女生有 91 人，佔女生比例 33.82%。
- 4.答對「8」的總人數有 214 人，佔全六年級總人數比例的 39.27%

(二) 全校六年級回答「4」的人數比例為 34.5%

- 1.全六年級樣本人數=545 人，全六年級的男生有 276 人，全六年級的女生有 269 人。
- 2.回答「4」的男生有 98 人，佔男生比例 35.51%。
- 3.回答「4」的女生有 90 人，佔女生比例 33.46%。
- 4.回答「4」的總人數有 188 人，佔全六年級總人數比例的 34.5%

(三) 認為一個大正方形最少可切成 4 個小正方形的人數比例為 70.09%

- 1.全六年級樣本人數=545 人，全六年級的男生有 276 人，全六年級的女生有 269 人。
- 2.回答「8」和「4」的男生有 201 人，佔男生比例 72.83%。
佔全六年級總人數比例的 36.88%
- 3.回答「8」和「4」的女生有 181 人，佔女生比例 67.29%。
佔全六年級總人數比例的 32.21%
- 4.認為一個大正方形最少可切成 4 個小正方形的總人數有 382 人，
佔全六年級總人數比例的 70.09%

(四) 全校六年級未回答(或未作答)的人數比例為 10.46%

- 1.全六年級樣本人數=545 人，全六年級的男生有 276 人，全六年級的女生有 269 人。
- 2.未回答的男生有 33 人，佔男生比例 11.96%，佔全六年級總人數比例的 6.06%。
- 3.未回答的女生有 24 人，佔女生比例 8.92%，佔全六年級總人數比例的 4.4%。
- 4.全校六年級未回答(或未作答)的人數有 57 人，佔全六年級總人數比例的 10.46%。

相信在平面與立體兩者的施測結果結合下，應該可以讓原先的施測內容與結果更臻完善。原本我們只想做六年級的施測就好，但因為好奇五年級的學生想法而又做了五年級的施測，就在要做最後總結時，又想到可以在月考中測驗學生的立體觀念延伸。可惜從寒假至今的準備與整理工作時間真的太緊迫了，但我們還是會繼續完成後續的施測統計，因為我們真的很想知道，在教學中我們以為已經教給學生的技能和實際的落差究竟有多大？是不是以為自己認為很簡單的問題，學生的認知表現也跟我們所期待的一樣呢？現在的小孩子應該是很聰明才對，但教學者與學生施測成績的結果常常有學生一代不如一代的感嘆，原因何在呢？我們真的很想找出其中的認知差異與原因。如果我們能夠在每次教學檢討中瞭解學生的迷思與問題所在，進而在教學過程中提出解惑，相信「將每個孩子帶起來」不會是一種口號，而是真能貫徹實行。

希望藉由本研究結果提供教師們學生容易犯錯的情形，期許教學者在上課前能預先瞭解學生可能存在的問題，在課堂上先行解決學生的疑惑，而非測驗之後再去責怪學生，相

信孩子們會在自信中學得數學技巧，而不是在小學階段就放棄數學。

參考資料

- 1.中山理（1996）。**小學生數學智力遊戲（高年級）**。台北縣：國際少年村。
- 2.林世麒（2004）。**MENSA 數學小天才 II**。台北縣：稻田出版有限公司。
- 3.洪敬道（1986）。**高思兒童遊戲數學第五冊**。嘉義市：高思出版社。
- 4.秋山仁（1997）。**親子實驗數學百科**。台中市：彙豪國際股份有限公司。
- 5.康軒文教出版事業股份有限公司（2011）。**國小數學第十一冊第五單元數量關係**。新北市：康軒文教出版事業股份有限公司。
- 6.洪雪芬(2012)。**數學營隊辦理與推廣策略之研究**。教育部 100 學年度中小學科學教育專案年度期末報告。(編號：75)。高雄市：國教輔導團數學領域。

附件一：施測學生訪談記錄

100 學年度下學期「多重影分身」開放性試題施測學生訪談彙整

101/03/23

101/03/02 開放性試題確認、六年級學生（537 人）施測。

101/03/05 六年級資優班學生（23 人）另行施測，六年級學生施測完畢後進行統計整理。

101/03/06~101/03/09 五年級學生（422 人）施測

101/03/09 五年級學生施測完畢後進行統計整理

101/03/12~101/03/16 訪談五、六年級在繪圖試題中全部答對的四位小朋友，

編號分別為：**S6-3-18**、**S6-3-27**、**S6-13-1**、**S5-14-1**

101/03/12~101/03/16 訪談六年級資優班三位小朋友，

編號分別為：**S6-3-5**、**S6-3-10**、**S6-3-15**

一、訪談五、六年級在繪圖試題中全部答對的四位小朋友：

編號分別為：**S6-3-18**、**S6-3-27**、**S6-13-1**、**S5-14-1**

問題一：T：你們認為「一個大正方形可以切成 1 個小正方形」嗎？

S6-3-18：可以，不切的時候，本身就是一個正方形啊！

S6-3-27：我也是這麼認為，不切的時候，本身就是一個正方形。

S6-13-1：我覺得不行！因為題目不是已經說要切成 1 個「小正方形」嗎？大正方形自己本身不能算是「小正方形」，題目問的應該是分解後的小正方形。

S5-14-1：我也覺得題目是問切割後的數量，所以不能切成 1 個小正方形。

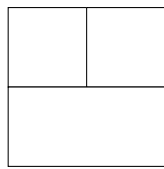
問題二：T：你們認為「一個大正方形可以切成 3 個小正方形」嗎？

S6-3-18：不行，因為切不出來。

S6-3-27：我也切不出來，所以不行。

S6-13-1：我覺得一個大正方形最少可以切成 4 個小正方形，所以 3 個小正方形是切不出來的。

S5-14-1：我本來畫了二個圖（如下圖），因為不太確定題目的意思拿去問老師，才知道自己誤會題目的意思。所以 3 個小正方形是畫不出來的。

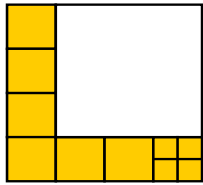


←以為正方形分成三個
(上2個+整個)

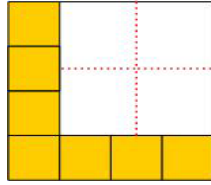


←以為分成3個正方形

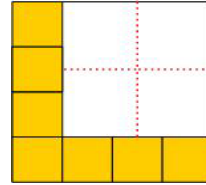
問題三：T：你們可以將「一個大正方形切成11個小正方形」嗎？可以現在切給我看看嗎？



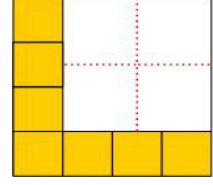
(S6-3-18)



(S6-3-27)



(S6-13-1)

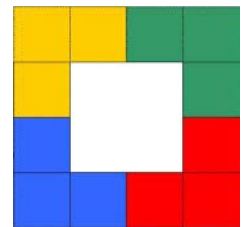


(S5-14-1)

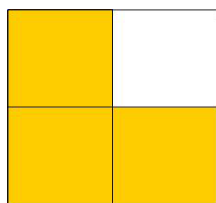
問題四：T：當初畫這個圖，你們是怎麼想的呢？

S6-3-18：我是先畫出正方形數，用4個、9個、16個去想。當我切出8個小正方形時，腦海中突然出現 $8 + 3 = 11$ ，所以就在最後面加了一個「+」，沒想到就切出來了！

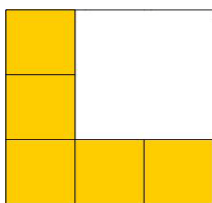
S6-3-27：原先我也切不出來，因為以前沒有看過這種問題，所以也沒有想到可以將圖形挖空。因為測驗中有同學問老師：「小正方形可不可以有大有小？」我聽到後才想到，如果把16個小正方形挖空，是不是就可以了呢？本來我只畫出13個小正方形(如右圖)，在快放棄時，我想13個都能畫出來了，11個應該也能畫得出來吧！試了好久才終於畫出11個小正方形來。



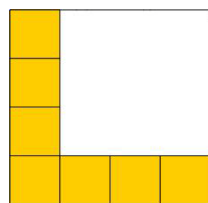
S6-13-1：我是直接就想到用挖空和一個「+」字來切割。因為以前有玩過用三連塊和積木組合成一個大正方形的玩具，所以我是朝「三連塊」去思考的。



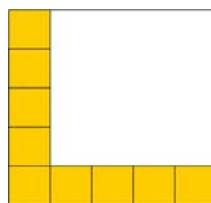
(4個)



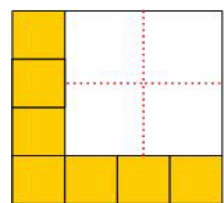
(6個)



(8個)



(10個)



(11個)

S5-14-1：我以前玩過一種智慧板，是利用不同的圖形組合成一個大正方形，記得我都是從邊邊先完成，所以我在想這個問題時，是從「L」圖形去考慮的。

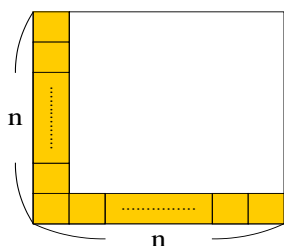
也是試著試著就畫出 11 個小正方形。

問題五：T：面對那「17 個小正方形」的圈選題，你們是怎麼想的呢？

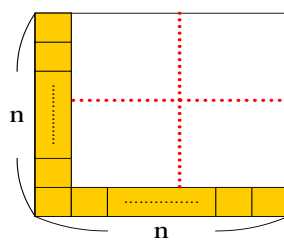
S6-3-18：用畫圖來看啊！不過我是先將正方形數 4、9、16 圈出來，再圈偶數，奇數的部分是用畫圖的。其實 5 我是畫不出來的，但是因為其他的奇數像是 7、11、13、15、17 都可以畫得出來，我覺得 5 應該是可以畫得出來，只是時間太短了，我還畫不出來，但我也選了「5」這個答案，只是沒想到「5」這個答案是錯的。

S6-3-27：我也是先將正方形數 4、9、16 圈出來，再圈偶數，其他是用畫圖來選的。因為我畫不出奇數的 3、5、11、17，所以我沒有選這四個數。

S6-13-1：我也是用畫圖來看的。而且在畫圖的過程中我找到規律性（如下圖），



（偶數個正方形）



（奇數個正方形）

我覺得一個大正方形最少可以切成的偶數個小正方形是 4，最少的奇數個小正方形是 7 既然找出偶數個和奇數個的規律性，所以能切割出的小正方形應該有無限多個。我後面就都沒考慮，從 6 以後的數全部都圈了！

S5-14-1：我是先選「平方數」，像是 4、9、16 這三個數，其他是畫圖來看的。因為我覺得「奇數」和「偶數」都有可能畫得出來，而偶數應該是除了 2 以外，全部都可以畫得出來吧！只是畫不出 3 和 5 的時候我很煩惱，本以為可能所有「奇數」都畫不出來吧！但是下面有一道題目是要我們畫出 11 個小正方形，因此我才打消了畫不出奇數的念頭，當我畫出 11 個小正方形時，我知道我應該可以解出所有正確的答案了！

T：你知道什麼是「正方形數」嗎？（面對 **S5-14-1** 問）

S5-14-1：不知道，沒聽過吔！

問題六：T：你們都不是資優班的學生，因為六年級還做了另外規律性探討的題目，所以作答時間應該會比較長。可是為什麼你只花了 13 分鐘，那麼快就做完所有的題目呢？
(面對 **S6-13-1** 問)

S6-13-1：這可能跟我學圍棋有關吧！我現在是圍棋三段。嗯……寒假時我曾經到復華高中參加數學冬令營，作過許多方塊與連塊的探討，所以思考方向也比較不受限於「正方形數」的影響吧！

問題七：T：如果你發現 3 個和 5 個小正方形都切不出來，你會因此認為奇數都切不出來嗎？

S6-3-18：不會，我會先畫圖再決定。

S6-3-27：嗯……可能會以為依規律性就這樣認為吧！

S6-13-1：不會，因為明明就畫得出來呀！

S5-14-1：我會試著畫畫看再決定。

T：謝謝你們接受我們的專訪，有機會我們可以帶你們參加數學競賽嗎？

S6-3-18：謝謝！

S6-3-27：嗯……可以不參加嗎？

S6-13-1：我們可以走了嗎？

S5-14-1：謝啦！

二、訪談六年級資優班三位小朋友（編號分別為：**S6-3-5**、**S6-3-10**、**S6-3-15**）

問題一：T：你們認為「一個大正方形可以切成 1 個小正方形」嗎？

S6-3-5：可以。我可以不切啊！

S6-3-10：可以。

S6-3-15：可以。

問題二：T：你們認為「一個大正方形可以切成 3 個小正方形」嗎？

S6-3-5：應該不行，應為我切不出來。

S6-3-10：不行，因為最小的應該是 4 個小正方形才對。

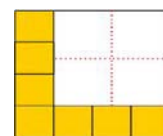
S6-3-15：不行。

問題三：T：你們可以將「一個大正方形切成 11 個小正方形」嗎？可以現在切給我看看嗎？

S6-3-5：我第一次畫不出來，你要問的是第一次還是資優班考的那一次？

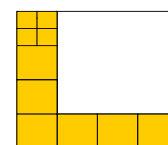
T：兩次都回答好了！

S6-3-5：我第一次畫不出來，後來在資優班考的時候，畫的是右圖。



S6-3-10：我都畫不出來。

S6-3-15：我第一次畫不出來，因為我只會在「正方形數」中加「田」。
。後來在資優班考的時候，畫的是右圖。



問題四：T：當初畫這個圖，你們是怎麼想的呢？

S6-3-5：只有「正方形數」才可以，其他都不行。

S6-3-10：我覺得是「正方形數」和「所有的偶數」。喔！2 不行算喔！

S6-3-15：應該是「正方形數」和部份的奇數和偶數，但要畫出來才知道。

問題五：T：面對那「17 個小正方形」的圈選題，你們是怎麼想的呢？

S6-3-5：我沒有選它。

S6-3-10：我畫不出來，所以也沒有選它。

S6-3-15：我畫不出來。

問題六：T：如果你發現 3 個和 5 個小正方形都切不出來，你會因此認為奇數都推不出來嗎？

S6-3-5：好像會吔！

S6-3-10：我會先畫圖再決定，如果試了好幾個奇數都畫不出來，才會這樣認為。

S6-3-15：不會！

問題七：T：你們在和普通班同一個時間施測時所畫的圖，和事後到資優班畫的圖有明顯的差異。為什麼才短短的三天就有這麼顯著的差異，有和誰討論過嗎？

S6-3-5：考完的時候，下課我有和 Bocky 一起討論，我們發現可以利用含有「田」字的正方形，讓圖形有較多元的情形出現。

S6-3-10：我回家時有問安親班老師，安親班老師有畫給我看過。

S6-3-15：我回家有問爸爸我的想法是否正確，考試當下我已經想過用「田」字的正

方形，只是大多是增加的概念，還沒有想到可以挖掉一部份來減少。

問題八：T：你們在資優班考繪圖時，你們可以互相討論嗎？

S6-3-5：當然不行，在考試地！

S6-3-10：老師說只能自己答自己的。

S6-3-15：只有 40 分鐘，寫都來不及了，哪有時間討論啊！

問題九：T：你們以前在資優班做過類似的題型嗎？

S6-3-5：有做過三連塊的組合和放大圖形，這個題目還沒看過。

S6-3-10：有做過數形堆疊、圖形切割後重新組合、幾何圖形的搬移等等，有些教的都忘了，反正看到題目都是跟著感覺做，我也不知道以前有沒有教過。

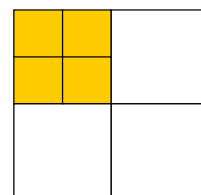
S6-3-15：應該沒有做過吧！

問題十：T：你們在施測時遇到的最大困難在哪裏？

S6-3-5：沒有，只覺得要一直想很麻煩。

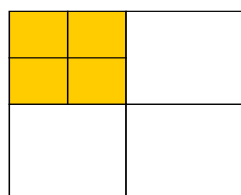
S6-3-10：有些圖形感覺應該可以畫得出來，可是就是畫不出來。

S6-3-15：不太瞭解題目的意思。像我畫出右邊的圖形，可是要算是 7 個呢？還是算 9 個呢？題意好像沒有說清楚……

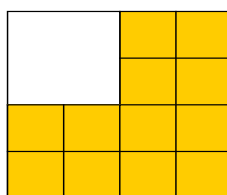


T：你在施測時，奇數的選項是怎麼選的？（面對 **S6-3-15** 問）

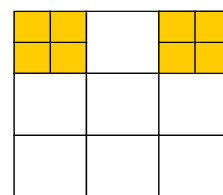
S6-3-15：我只會在「正方形數」中加「田」，所以只畫了 7 個、13 個和 15 個。



（7 個）



（13 個）



（15 個）

T：謝謝你們接受我們的專訪，有機會我們可以帶你們參加數學競賽嗎？

S6-3-5：不用了，我還有很多專題研究報告要做，沒有時間。

S6-3-10：有沒有獎金？有獎金我才要參加喔！

S6-3-15：好啊！什麼時候？

附件二

一、評量目標和說明：

數學家 Steen 稱數學為「找規律的數學」，可見「找規律」是數學的重要活動，也是解決數學問題一項非常重要的能力。如果我們知道規律，就可以幫助我們預測、瞭解關係及解決問題。本課程的研發主要在培養學生能夠有「尋找規律的敏感度與能力」，透過「正方形的切割」，不但能讓學生利用所學找到圖形的規律性，也能釐清原本錯誤的迷思概念。

學生所要達到的教學目標如下：

- (一) 透過觀察及探索，察覺圖形的簡單規律。
- (二) 透過圖形樣式的探索，察覺數量關係（含正方形數）
- (三) 能描述圖形數量樣式的特性（含正方形數）

教師所要達到的評量目標如下：

- (一) 能觀察出圖形規律，並正確畫出圖形。
- (二) 能觀察出圖形數列樣式，並預測下一個圖形數量。

二、試題內容：

已知：一個大正方形，可切成 n 個小正方形。

請問： n 可能為多少？（請將以下所有的可能情形圈起來）

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17

(1) 可以切成 3 個小正方形嗎？

（如果可以，請試著在右邊畫出來；如果不可以，請說出你的看法。）

答：_____

(2) 可以切成 11 個小正方形嗎？

（如果可以，請試著在右邊畫出來；如果不可以，請說出你的看法。）

答：_____

三、參考解答：

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17

(1) 不可以切成 3 個小正方形，切成的最小正方形數量為 4 個。

(2) 可以切成 11 個小正方形。(如下圖所示皆可)

